

教育課題演習 「数学を作る」

知識基盤社会

人が働くことの意味が、物の生産から知識の生産へとシフトしている。

人工知能(AI)が実用化され、知的労働までが機械にとって代わられようとしている。

知識の多さでは、人はコンピュータに勝てない。

知識をもとにする推論では AI が強い。

そのような変化のなかで、学校教育はどのような人の育成をめざすのだろうか。

創造的思考力の育成が学校教育に求められる。

「数学を作る」ことの意義

数学は「科学の言葉」として、諸科学の知識体系の基盤となっている。

数理科学化した諸科学を理解し、活用するための基盤として数学を習得させる必要がある。

一方で、新たな分野を数理科学化するためには、新たな数学体系を作らなければならないことがある。

この能力は、簡単には機械化できない。

この授業では、具体例をもとに数学を作る過程を体験する。

その具体例のひとつとして、情報通信分野で利用される誤り訂正符号と RSA 暗号を取り上げる。

その他、記述統計や数え上げの数学にも数学を作る過程を学ぶのに適した題材がある。

これらの数学には、微分・積分を代表とする連続系の数学と異なる特徴がある（離散数学という）。

ハミング距離

誤りを定量的に扱うために、符号間の距離を以下のように定義する。

等しい文字数を持つ二つの文字列の中で、対応する位置にある異なった文字の個数をハミング距離という（ハミング距離の語は、Richard Wesley Hamming に由来する）。

例 8 ビットの符号 $a=10101000$ と $b=10111001$ のハミング距離は 2 である。

問題 1

(1) 00000 からのハミング距離が 2 である 5 ビット符号をすべて求めよ。

それは何個あるか。

(2) (1) で求めた符号すべてについて、異なる 2 個の符号間のハミング距離を求めよ。

(n ビット符号とは、0 または 1 の n 個の列のこと)

問題 2

(1) 000000 からのハミング距離が 2 である 6 ビット符号をすべて求めよ。それは何個あるか。

(2) (1) で求めた符号すべてについて、異なる 2 個の符号間のハミング距離を求めよ。

問題 3

(1) 0000000 からのハミング距離が 2 である 7 ビット符号をすべて求めよ。それは何個あるか。

(2) (1) で求めた符号すべてについて、異なる 2 個の符号間のハミング距離を求めよ。

問題 4

問題 1 ~ 問題 3 を一般化することができるか。

問題 5

(1) 0000000 からのハミング距離が 3 である 6 ビット符号をすべて求めよ。それは何個あるか。

(2) (1) で求めた符号すべてについて、異なる 2 個の符号間のハミング距離を求めよ。

(3) 異なる 2 個の符号間のハミング距離が 3 以上となるような部分集合で最大のものを作れ。

問題 6

(1) 0000000 からのハミング距離が 3 である 7 ビット符号をすべて求めよ。それは何個あるか。

(2) (1) で求めた符号すべてについて、異なる 2 個の符号間のハミング距離を求めよ。

(3) 異なる 2 個の符号間のハミング距離が 3 以上となるような部分集合で最大のものを作れ。